

DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ YARDIMIYLA TİTREŞİM SİSTEMLERİNİN DAĞITILMIŞ DENETİMİ

Â. YURDUN ORBAK

ve

LEVENT ÖZTÜRK

Uludağ Üniversitesi
Mühendislik-Mimarlık Fakültesi
Endüstri Mühendisliği Bölümü
Bursa
orbak@alum.mit.edu

Boğaziçi Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi
Makina Mühendisliği Bölümü
İstanbul
levent.ozturk@mbturk.mercedes-benz.com

Özet

Titreşim denetimi, titreşim yaratan değişik tipte yükleme koşullarına maruz kalan sistemler için çok önemli bir konudur. Bu yapıların en yüksek titreşim genliklerini denetim altında tutmak denetim tasarımcılarının ana hedefidir. Ayrıca bu amaçla seçilecek olan denetim mekanizmasının tipi de dikkate alınması gereken diğer önemli bir konudur. Bu bildiride, tam ve indirgenmiş dereceli H_∞ norm titreşim denetleme mekanizmaları sentezi için doğrusal matris eşitsizlikleri metodu sunulmuştur. Dağıtılmışlık, denetimci transfer fonksiyonu için, dar pozitif reellik ise kapalı döngü transfer fonksiyonları için istenen kısıtlamalardır. Bu amaçla önce titreşim sistem modellemesi yapılacak ve daha sonra belirtilen yöntem bir örnek üzerine uygulanarak sonuçlar tartışılacaktır.

1. Giriş

Titreşimin şiddetini tanımlayan esas özellik titreşim genliğidir. Bu durumda titreşim genliğinin tepe değerlerinin sistemin performansı ve güvenliği üzerinde önemli etkileri vardır. Bu nedenle titreşim genlik denetimi üzerinde durulması gereken önemli bir konudur [Packard 1991, Boya 1993]. Bu amaçla, denetim mekanizmasının yapısını ve uygulanması gereken şartları tespit etmek ilk yapılması gereken işlemdir. Bu bildiride, denetim mekanizma çeşidi olarak dağıtılmış denetim mekanizması ele alınmıştır. Bu tip mekanizmalarda giriş/çıkış eşliliği temel hedefler ve denetim transfer fonksiyon matrisi genel olarak köşegensel veya blok köşegensel yapıdadır. Her bir giriş (girişler kümesinin) diğer bir çıkış (çıkışlar kümesinin) denetimine atanmıştır.

Denetim sistemleri aktif veya pasif olmak üzere iki ana grupta toplanabilir. Pasif denetleyiciler enerji açığa çıkarma özelliklerine sahiptirler. Bu yüzden kütle, yay ve söndürücüler ile kolaylıkla gerçekleştirilebilirler. Elde edilen pasif denetim mekanizmasını gerçekleştirilebilmesi yapının pozitif gerçekleştirilebilirlik özelliği ile yakından ilgilidir [Packard 1991, Boyd 1993].

Bu bildiride aktif, dağıtılmış, eniyi-altı denetim mekanizması sentezi için sistematik bir yöntem tanıtılmıştır. Bu yöntem doğrusal matris eşitsizlikleri yoluyla bir sistem üzerine uygulanır.

İleriki bölümlerde önce denetleme problemi tanıtılacak ve sonra uygulanacak çözüm yöntemi açıklanıp bir örnek üzerinde değerlendirilecektir.

2. Denetleme Problemi

Bu bölümde yukarıda açıklanan denetleme probleminin detayları verilmiştir.

LTI bir sistem aşağıdaki durum denklemleri ile tanımlanabilir:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_{2i} u_i(t), \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12i} u_i(t), \quad i=1, \dots, n' \text{ e kadar} \\ y_i(t) &= C_{2i} x(t) + D_{21i} w(t) + D_{22i} u_i(t),\end{aligned} \quad (1)$$

Bu gösterimde aşağıdaki kabuller yapılmaktadır:

- Genelleştirilmiş sistem, P , kendisini ve frekans bağımlı ağırlık fonksiyonlarını içermektedir.
- $w(t) \in \mathcal{R}^{m_1}$: bozucu vektör bütün dış etkileri, bozucuları, duyarga gürültülerini içermektedir.
- $u_i(t) \in \mathcal{R}^{m_2}$: i 'inci denetim giriş vektörüdür,
- $z(t) \in \mathcal{R}^{p_1}$: hata vektörüdür,
- $y_i(t) \in \mathcal{R}^{p_2}$: ölçüm değişkenlerini içiren i 'inci gözlemleme vektörüdür,
- $x(t) \in \mathcal{R}^n$: durum vektörüdür,
- Matrisler ve vektörler boyut olarak uyumalıdır.

Dinamik denetim transfer fonksiyonu aşağıdaki diferansiyel denklemlerden oluşturulabilir:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{Ki} &= A_K x_{Ki} + B_{Ki} y_i \\ u_i &= C_{Ki} x_{Ki} + D_{Ki} y_i\end{aligned} \quad \begin{matrix} (2) \\ (3) \end{matrix}$$

Burada K alt indisi denetim durum matrisini temsil etmek amacıyla kullanılmıştır.

Ayrıca, denetimi dağıtılmış yapabilmek için denetleyici transfer fonksiyon matris yapısı s -tanımlı kümesinde,

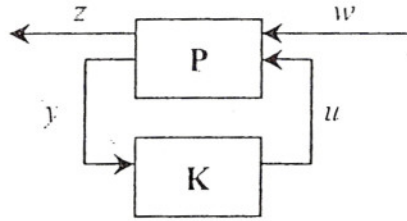
$$u = K(s)y = \text{diag}\{K_i\}y = \begin{bmatrix} K_1(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_i(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot \end{bmatrix} y$$

durum uzayında ise

$$K = \left[\begin{array}{ccc|ccc} A_{cl} & 0 & 0 & B_{cl} & 0 & 0 \\ 0 & . & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & A_{ci} & 0 & 0 & B_{ci} \\ \hline C_{cl} & 0 & 0 & D_{cl} & 0 & 0 \\ 0 & . & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & C_{ci} & 0 & 0 & D_{ci} \end{array} \right] \quad (5)$$

şeklinde olmalıdır.

Doğrusal $K(s)$ transfer fonksiyon matrisine sahip denetleyici, esas sistem ile Şekil 1'deki doğrusal kesirsel dönüşüm (LFT) yapısıyla [Doyle 1991] bir araya getirilerek aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:



Şekil 1 Doğrusal kesirsel dönüşüm (LFT).

$$T_{zw}(s) = F_l(P, K) = P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s)(I - P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s) \quad (6)$$

veya

$$\begin{bmatrix} A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_K (I - D_{22} D_K)^{-1} C_2 & B_2 [C_K + D_K (I - D_{22} D_K)^{-1} D_{22} C_K] & B_1 + B_2 D_K (I - D_{22} D_K)^{-1} D_{21} \\ B_K (I - D_{22} D_K)^{-1} C_2 & A_K + B_K (I - D_{22} D_K)^{-1} D_{22} C_K & B_K (I - D_{22} D_K)^{-1} D_{21} \\ \hline C_1 + D_{12} D_K (I - D_{22} D_K)^{-1} C_2 & D_{12} [C_K + D_K (I - D_{22} D_K)^{-1} D_{22} C_K] & D_{11} + D_{12} D_K (I - D_{22} D_K)^{-1} D_{21} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Amacımız kapalı döngü transfer fonksiyonunu içsel olarak kararlı yapan ve $\|F_l(P, K)\|_\infty$ 'yı minimize eden denetimciyi bulmaktır [Khargonekar 1991]. Başka bir deyişle önceden tanıtılmış bir $\gamma \in \mathbb{R}$ için $\sup_{\omega} \bar{\sigma}(F(P, K)(j\omega)) < \gamma$ eşitsizliğini sağlayan denetimciyi bulmaktır. Burada, $\bar{\sigma}$; tekil değeri temsil etmektedir.

Kapalı döngü sistemi denetimci parametrelerini yalnız bırakacak şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \tilde{z} \\ \dot{\tilde{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_K \\ x_K \\ y \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|cc} A & 0 & B_1 & 0 & B_2 \\ 0 & 0 & 0 & I_n & 0 \\ \hline C_1 & 0 & D_{11} & 0 & D_{12} \\ 0 & I_n & 0 & 0 & 0 \\ \hline C_2 & 0 & D_{21} & 0 & D_{22} \end{array} \right] \begin{bmatrix} x \\ x_K \\ \dot{w} \\ \dot{x}_K \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B}_w & \tilde{B}_u \\ \tilde{C}_z & \tilde{D}_{zw} & \tilde{D}_{zu} \\ \tilde{C}_y & \tilde{D}_{yw} & \tilde{D}_{yu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{w} \\ \tilde{u} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Baska bir deyişle,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ \tilde{C} & \tilde{D} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} K \begin{bmatrix} \tilde{C} & \tilde{D} \end{bmatrix} \quad (9)$$

dir.

Bu durumda aşağıdaki ifadeler eşdeğerdir:

$$1) \|T_m(s)\|_\infty < \gamma \quad (10)$$

2) Her zaman aşağıdaki eşitsizliği sağlayan pozitif-kesin bir Q matrisi vardır:

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T Q + Q A_{cl} & Q B_{cl} & C_{cl}^T \\ B_{cl}^T Q & -\gamma I & D_{cl}^T \\ C_{cl} & D_{cl} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

Daha açık bir şekilde:

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}^T Q + Q \tilde{A} & Q \tilde{B}_n & \tilde{C}_z^T \\ \tilde{B}_n^T Q & -\gamma I & \tilde{D}_{zw}^T \\ \tilde{C}_z & \tilde{D}_{zw} & -\gamma I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q \tilde{B}_n \\ 0_{n_z \times n_u} \\ \tilde{D}_{zw} \end{bmatrix} K \begin{bmatrix} \tilde{C}_z & \tilde{D}_{zw} & 0_{n_z \times n_z} \end{bmatrix} + (*)^T < 0 \quad (12)$$

Son (12) denkleminde (*) içindeki kısım simetrik olup ön ifadenin tekrar yazılmaması için kullanılmıştır.

3. Doğrusal Matris Eşitsizlikleri

Doğrusal matris eşitsizliklerinin tanımından önce iki önemli önergeyi hatırlamak gerekir:

Önerge 1. Diyelim ki L_1 ve L_2 matrisleri $\text{Ker } L_1 = 0$ ve $\text{Ker } L_2 = 0$ özelliklerine sahip olsunlar. O halde her bir L_3 matrisi için $L_1^T L_1 L_2 = L_3$ eşitliğini sağlayan bir L_4 vardır.

Önerge 2. Diyelim ki L_1 , L_2 ve L_3 matrisleri için aşağıdaki matris kümesi oluşturulsun:

$$\Phi(L_1, L_2, L_3) = \{L_4 : L_1 L_4 L_2 + (L_1 L_4 L_2)^T + L_3 < 0\}$$

Bu durumda, aşağıdaki ifadeler eşdeğerdir:

$$(i) \quad \Phi(L_1, L_2, L_3) = \phi$$

$$(ii) \quad \begin{aligned} L_1^T L_3 L_1 < 0 \text{ veya } L_1^T L_1 > 0 \\ L_2^T L_3 L_2 < 0 \text{ veya } L_2^T L_2 > 0 \end{aligned}$$

Birinci önergeyi kullanarak, denetimci elde etmemiz için gerekli koşul, aşağıdaki eşitsizlikleri sağlayan ve pozitif-kesin olan X ve Y matrislerini bulmamızdır.

Sıfırlanmış Reel Öngörme'yi X ve Y matrisleri cinsinden yazarsak,

$$\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \\ 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} AX + XA^T & XC_1^T & B_1 \\ C_1^T X & -\gamma I & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \\ 0 \end{bmatrix}^{-T} \\ 0 \\ I \end{bmatrix}^T < 0 \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \\ 0 \end{bmatrix}^{-1} \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^T Y + YA & YB_1 & C_1^T \\ B_1^T Y & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \\ 0 \end{bmatrix}^{-T} \\ 0 \\ I \end{bmatrix}^T < 0 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \geq 0 \quad (17)$$

$$\text{Rank} \begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \leq n + n_c \quad (18)$$

elde ederiz. Rank kısıtlamaları denetleyicinin derecesi sistemin derecesinden düşük olduğu (veya istendiği) durumlarda dikkate alınmalıdır.

3.1 Kapalı döngü sisteminde dar pozitif reellik

Pozitif reellik önergesi: Kapalı döngü sisteminin dar pozitif reelliği $Q = Q^T > 0$ şartını sağlayan bir Q matrisinin aşağıdaki eşitsizliği sağlamasıyla eşdeğerdir:

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T Q + Q A_{cl} & B - Q C_{cl}^T \\ B_{cl}^T - C_{cl}^T Q & -(D_{cl}^T + D_{cl}) \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

Denetimci sentezi için bu eşitsizliği X ve Y matrisleri cinsinden yazarsak

$$\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} AX + XA^T & B_1 - XC_1^T \\ B_1 - C_1^T X & -(D_{11} + D_{11}^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix}^{-T} < 0 \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A^T Y + YA & YB_1 - C_1^T \\ B_1^T Y - C_1 & -(D_{11} + D_{11}^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \end{bmatrix}^{-T} < 0 \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \geq 0 \quad (22)$$

eşitsizliklerini elde ederiz.

Bu eşitsizlikleri sağlayan X ve Y matrislerinin hesaplanmasını müteakip denetimci sentezi için gereken Q matrisi aşağıdaki şartların sağlanmasıyla bulunur.

$$Q = \begin{bmatrix} Y & Y_{12} \\ Y_{12}^T & Y_{22} \end{bmatrix} > 0, \quad Q^{-1} = \begin{bmatrix} X & X_{12} \\ X_{12}^T & X_{22} \end{bmatrix} > 0 \text{ ve } Y - X^{-1} = Y_{12} Y_{22}^{-1} Y_{12}^T. \quad (23)$$

Q matrisi bulunduktan sonra denetimci matrisi K aşağıdaki eşitsizlikten hesaplanır:

$$\begin{bmatrix} (\tilde{A} + \tilde{B}_u K \tilde{C}_y)^T Q + Q(\tilde{A} + \tilde{B}_u K \tilde{C}_y) & Q(\tilde{B}_w + \tilde{B}_u G \tilde{D}_{yw}) & (\tilde{C}_z + \tilde{D}_{zu} K \tilde{C}_y)^T \\ (\tilde{B}_w + \tilde{B}_u G \tilde{D}_{yw})^T Q & -\gamma I & (\tilde{D}_{zw} + \tilde{D}_{zu} G \tilde{D}_{yw})^T \\ (\tilde{C}_z + \tilde{D}_{zu} K \tilde{C}_y) & (\tilde{D}_{zw} + \tilde{D}_{zu} G \tilde{D}_{yw}) & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

Yukarıdaki denklemler doğrusal matris eşitsizliklerine dönüştürülerek “yarı-kesinlik programlaması ile birleştirilmiş değişken izdüşüm yöntemi” kullanılarak denetleyici sentezi gerçekleştirilecektir. Önümüzdeki bölümde bu yöntem kısaca açıklanmıştır.

4. Yarı-Kesinlik Programlaması ile Birleştirilmiş Değişken İzdüşüm Algoritması

Şimdi aşağıdaki kümelerin simetrik matris uzayında tanımlanmış olduğunu kabul edelim.

$$D = \left\{ Z \in S^{2n} : Z = \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix}, X, Y \in S^n \right\}, \quad (25)$$

$$P = \{ Z \in S^{2n} : Z \geq -J \}, \quad (26)$$

$$R_k = \{ Z \in S^{2n} : \text{rank}(Z + J) \leq k \}, \quad (27)$$

$$J = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

ve

$$k = n + n_c \quad (29)$$

Eğer $n_c \geq n$ ise konveks optimizasyon geçerlidir. Başka bir deyişle; önceden tanımlanmış bir γ_0 değeri için ve başlangıç (X_0, Y_0) değerlerinden yola çıkarak $\text{Tr}(T+S)$ 'i minimize ederek aşağıdaki eşitsizlikleri sağlayan $X_f, Y_f \in \Gamma_{\text{konveks}} \cap D \cap P$ 'i bulmaktır.

$$\begin{bmatrix} T & (X - X_0) \\ (X - X_0) & I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} S & (Y - Y_0) \\ (Y - Y_0) & I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (31)$$

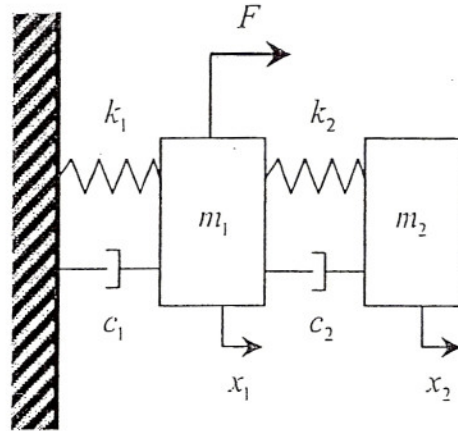
Eğer $n_c < n$ ise nonkonveks optimizasyon geçerlidir. Bu durumda aşağıdaki algoritma şekli geçerli olacaktır. Verilen bir $X_f, Y_f \in \Gamma_{konveks} \cap D \cap P$ için $Z_0 = \begin{bmatrix} X_f & 0 \\ 0 & Y_f \end{bmatrix}$ ve burada $n_c = n-1$ alınarak oluşturulur. Belli bir hedefe yakınsanana kadar aşağıdaki algoritma çalıştırılacaktır [Griogriadis 1996].

$$\begin{aligned} Z_i^a &= P_{PR_k} Z_{i-1}, \\ Z_i^b &= P_D Z_a, \\ Z_i^c &= P_{PR_k} Z_b, \\ Z_i &= Z_i^a + \lambda_i (Z_i^c - Z_i^a), \\ \lambda_i &= \|Z_i^a - Z_i^b\|_F^2 / \text{Tr}(Z_i^a - Z_i^c)^T (Z_i^a - Z_i^b) \end{aligned} \quad (32)$$

Burada ise $n_c = n_c - 1$ olarak alınır ve $\gamma_{i+1} = \gamma_i + \text{adım boyu}$ olarak $X, Y \in \Gamma_{konveks} \cap D \cap P \cap R_k$ sağlanıncaya kadar artırmaya devam edilir. Burada Z 'nin P_{PR} izdüşümü $Z^* = L\Lambda_k L^T - J$ olarak tanımlanmıştır ve Λ_k köşegensel matrisinde $n - n_c$ kadar özdeğer sıfır kabul edilir.

5. Örnek

Bu bölümde, bir önceki bölümlerde açıklanan yöntemler Şekil 2'deki sisteme uygulanmıştır. Sistemin parametre değerleri, yaylar için 5 N/m, kütleler için 1 kg, ve söndürücüler için 0.15 Ns/m olarak alınmıştır. Sisteme etkiyen sinüsoidal kuvvet birinci kütle üzerinde olup hedefimiz ikinci kütlenin $\omega = 1.38 \text{ rad/s}$ 'de sonsuz normu 5.6383 olan titreşim genliğini en aza indirmektedir. Burada etkiyen sinüsoidal kuvvetin genliği $|F| = 1$ olarak kabul edilmiştir.



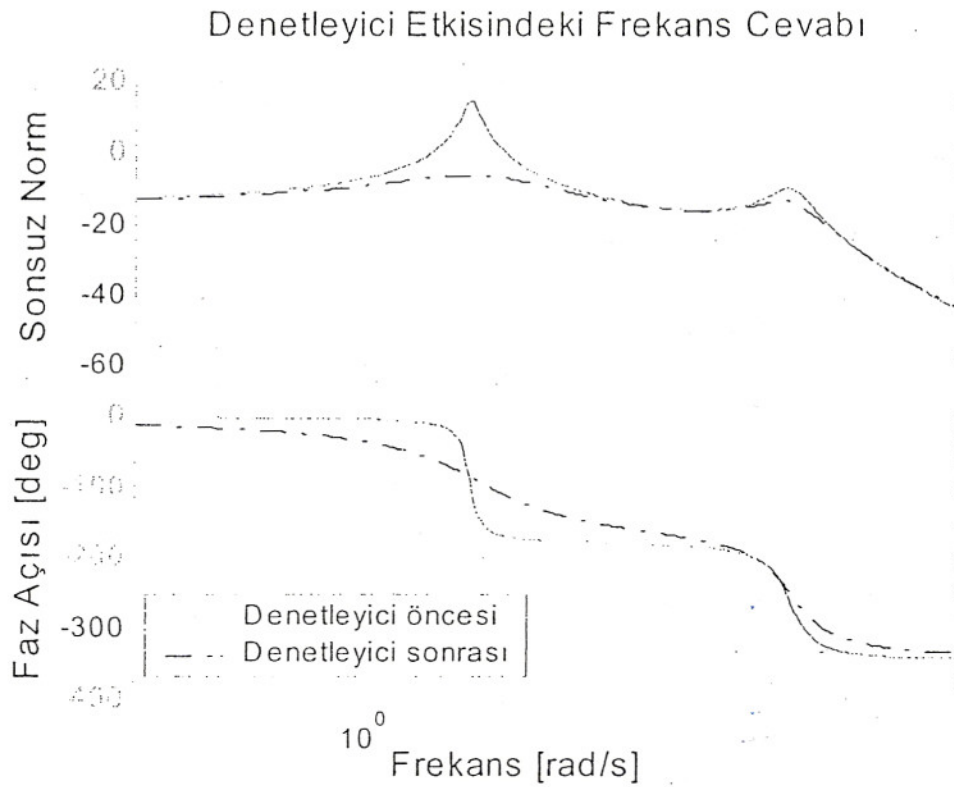
Şekil 2 Örnek titreşim sistemi.

5.1 Tam denetleyici tasarımı

Şekil 2'deki sistem için ilk önce tam boyutlu (dördüncü mertebe) denetleyici tasarlanmıştır. Optimizasyon işleminden sonra elde edilen sonuçlar aşağıda verilmektedir:

$\gamma_{\min} = 0.8922$. İkinci kütlenin $\omega = 1.38 \text{ rad/s}$ 'deki titreşim genliğinin sonsuz normu 0.4954 olarak bulunmuştur. Denetleyici öncesi ve sonrası frekans cevabı benzetim sonuçları Şekil 3'de görülmektedir. Şekil'de dolu çizgi denetleyici öncesi, kesikli çizgi ise denetleyici sonrası frekans cevabını göstermektedir. Hesaplanan denetleyici aşağıda sunulmuştur. Sonuçlar istenilen düzeydedir ve ikinci kütlenin titreşim genliğinin sonsuz normu yaklaşık 12 kat azaltılmıştır.

$$K = \begin{bmatrix} -0.0864 & -13.3602 & 13.8638 & -195.6856 & 0.0732 \\ 0.9743 & -0.5810 & -8.0066 & 113.2899 & -0.4957 \\ 0.0041 & -0.4332 & -13.5108 & 143.1758 & -0.7483 \\ 0.0003 & -0.0343 & -1.0009 & -13.9317 & -0.0579 \\ 0.0052 & -0.0254 & -15.4818 & 166.6087 & -0.0087 \end{bmatrix} \quad (33)$$



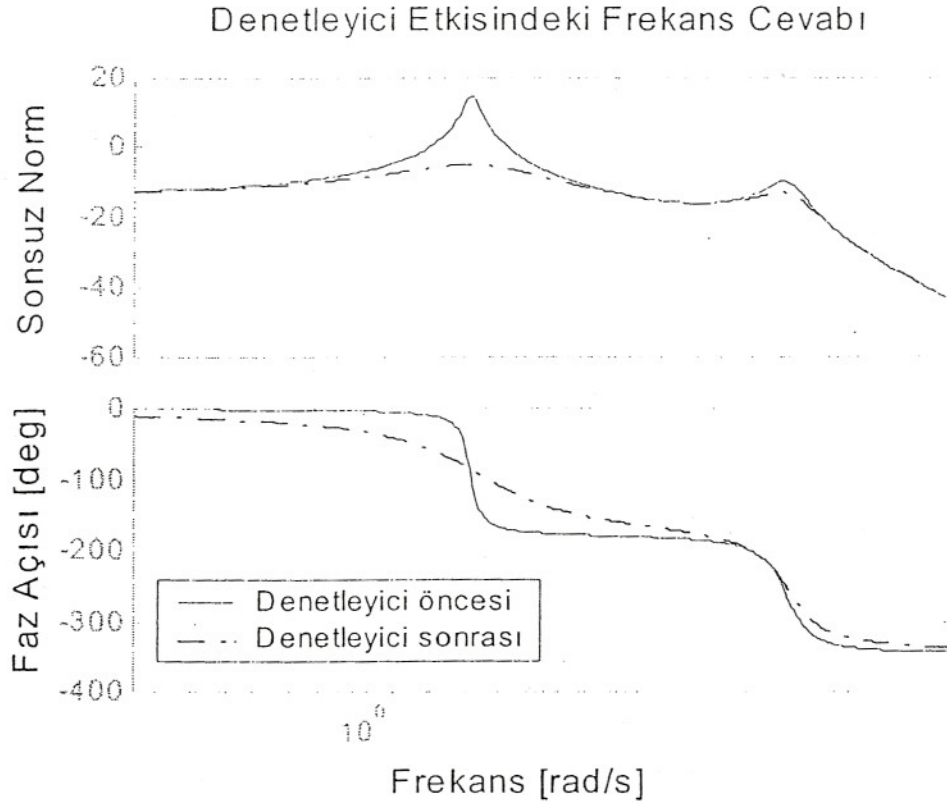
Şekil 3 Tam boyutlu denetleyicili frekans benzetimi.

5.2 İndirgenmiş denetleyici tasarımı

İkinci olarak, verilen sistem için indirgenmiş (ikinci mertebe) denetleyici tasarlanmıştır. Optimizasyon işleminden sonra elde edilen sonuçlar aşağıda verilmektedir:

$\gamma_{\min} = 0.9422$. Görüldüğü gibi bu tasarımda elde edilen γ tam boyutlu denetleyici ile elde edilenden daha yüksektir. Bu sonucun nedeni, eklenen yeni bir kısıtın optimizasyon işlemine etkisidir. Bu tasarım ile ikinci kütlenin $\omega = 1.38 \text{ rad/s}$ 'deki titreşim genliğinin sonsuz normu 0.5586 olarak bulunmuştur. Yine aynı şekilde yeni bir kısıtın gelmesi sonucunda performansta bir miktar düşme gözlemlenmekle birlikte ikinci kütlenin genliğinin sonsuz normu yaklaşık 10 kat azaltılmıştır. Denetleyici öncesi ve sonrası frekans cevabı benzetim sonuçları Şekil 4'de görülmektedir. Hesaplanan denetleyici aşağıda sunulmuştur. Sonuçlar istenilen düzeydedir.

$$K = \begin{bmatrix} -5.5673 & -10.1913 & 0.6908 \\ -0.1181 & -1.0286 & 0.0356 \\ 3.4629 & 4.2692 & 0.3122 \end{bmatrix} \quad (34)$$



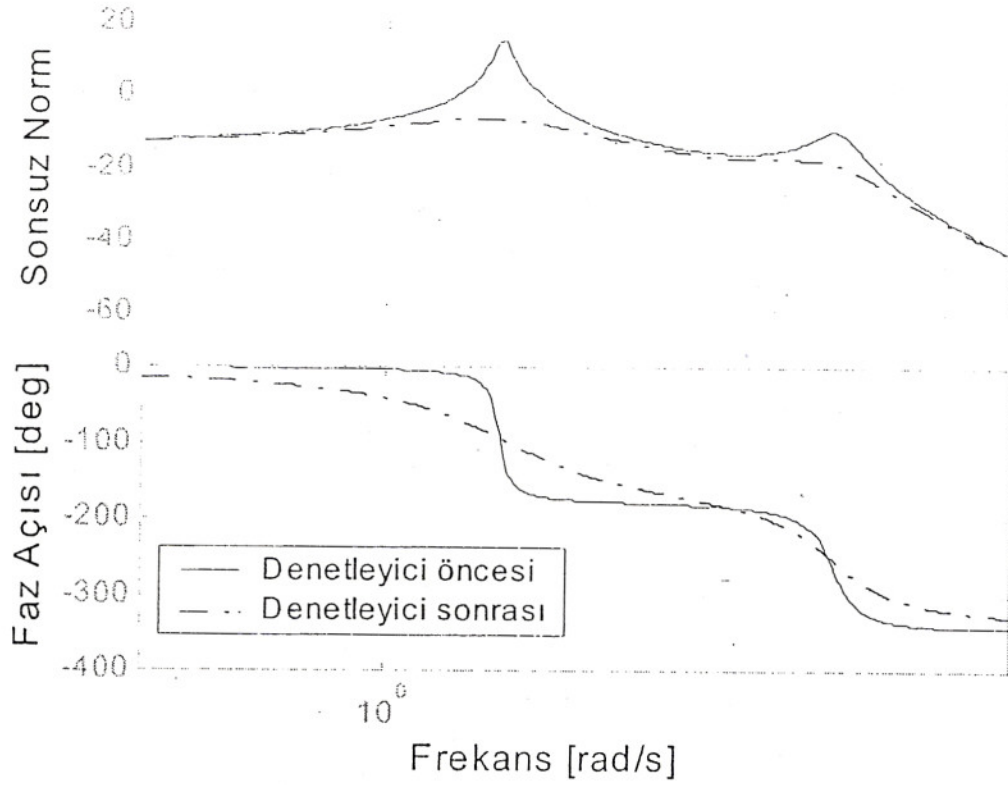
Şekil 4 İndirgenmiş boyutlu denetleyicili frekans benzetimi.

5.3 Dağıtılmış denetleyici tasarımı

Üçüncü olarak, verilen sistem için dağıtılmış (dördüncü mertebe) denetleyici tasarlanmıştır. Bu durumda sisteme bir yerine iki denetleyici kuvveti uygulanmaktadır. Optimizasyon işleminden sonra elde edilen sonuçlar aşağıda verilmektedir:

$\gamma_{min} = 2.1085$. Görüldüğü gibi bu tasarımda elde edilen γ , yukarıda elde edilen her iki değerden de yüksektir. Bu da dağıtılmış denetleyici tasarımının getirdiği kısıtın yukarıdaki kısıtlardan daha zor elde edilebilen bir kısıt olması ile açıklanabilir. Bu tasarım ile ikinci kütlenin $\omega = 1.38 \text{ rad/s}$ 'deki titreşim genliğinin sonsuz normu 0.4551 olarak bulunmuştur. Yine aynı şekilde yeni bir kısıtın gelmesi sonucunda performansta bir miktar düşme beklenmekle birlikte bu defa bir artma görülmektedir. Bunun nedeni dağıtılmış denetleyici için bir yerine iki kuvvetin kullanılmış olmasındandır. Denetleyici öncesi ve sonrası frekans cevabı benzetim sonuçları Şekil 5'de görülmektedir. Hesaplanan denetleyici aşağıda sunulmuştur. Sonuçlar istenilen düzeydedir.

$$K = \begin{bmatrix} -0.5061 & 1.4650 & 0 & 0 & -0.1882 & 0 \\ -1.2202 & -0.8536 & 0 & 0 & -0.3204 & 0 \\ 0 & 0 & -14.1196 & 7.0652 & 0 & 0.2791 \\ 0 & 0 & 5.3027 & -20.0708 & 0 & 0.2483 \\ -0.1743 & -0.2625 & 0 & 0 & 0.5102 & 0 \\ 0 & 0 & -1.2333 & -0.8717 & 0 & 0.8200 \end{bmatrix} \quad (35)$$



Şekil 5 Dağıtılmış denetleyicili frekans benzetimi.

6. Sonuçlar

Bu bildiride, titreşim sistemleri için doğrusal matris eşitsizlikleri kullanılarak tam boyutlu indirgenmiş boyutlu ve dağıtılmış denetim mekanizması sentezi ele alınmıştır. Bu amaçla önce titreşim sistem ve denetleyici modellenmesi yapılmış ve değişken izdüşüm metodu kullanılarak denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Örnek sistem için elde edilen denetleyici aktif, dağıtılmış eniyi-altı denetim mekanizmasına sahip olup pasif mekanizmaya dönüştürülebilmesi halinde sürmekte olan bir araştırma konusudur.

KAYNAKLAR

- [1] Boyd S., Balakrishnan V., Feron E. ve Elghaoui L. "Control system analysis and synthesis via linear matrix inequalities". *Proceedings of Automatic Control Conference, ACC93*, sayfa 2147-2154, 1993.
- [2] Doyle J., Packard A. ve Zhou K. "Review of LFTs, LMIs and Mu". *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*, sayfa 1227-1232, 1991.
- [3] Gahinet P. ve Apkarian P. "A linear matrix inequality approach to H_∞ control". *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, cilt 4, sayfa 421-448, 1994.
- [4] Griogriadis K. ve Skelton R. "Low order control design for LMI problems using alternative projection methods", *Automatica*, cilt 32, no 8, sayfa 1117-1125, 1996.
- [5] Khargonekar P. P. ve Rotea M. A. "Mixed H_2/H_∞ control: a convex optimization approach". *IEEE Trans. on Automatic Control*, cilt 36, no 7, sayfa 824-837, Temmuz 1991.
- [6] Öztürk L. "Vibration absorbers as controllers". M. S. Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, Mekanik Mühendisliği Bölümü, 1997.
- [7] Packard A., Zhou K., Pandey P. ve Becker G. "A collection of robust control problems leading to LMI's". *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*, 1991.