

BİR KOORDİNAT ÖLÇME MAKİNASININ UYARLANIR DENETİMİ

Â. YURDUN ORBAK

Uludağ Üniversitesi
Mühendislik-Mimarlık Fakültesi
Endüstri Mühendisliği Bölümü
Bursa
orbak@alum.mit.edu

Özet

Bu bildirinin ana amacı bir koordinat ölçme makinasına (KÖM) parametre belirsizliklerinin etkisindeyken kararlı bir denetleyici tasarlamaktır. KÖM'lerin tasarımı CNC gibi makinalarına çok benzemektedir. Bildiride, kısa bir model açıklamasından sonra doğrusal olmayan terimleri ve bozucu büyüklükleri sadece bir sınırlanmış terim ile veren uyarlanırlar bir denetleyici tasarımı verilmiştir. Bu denetleyici yapısının etkinliği doğrusal olmayan terimlerin ve parametre belirsizliklerinin bulunmasına rağmen iyi bir işaret takibine ve kararlılığa sahip olmasıdır.

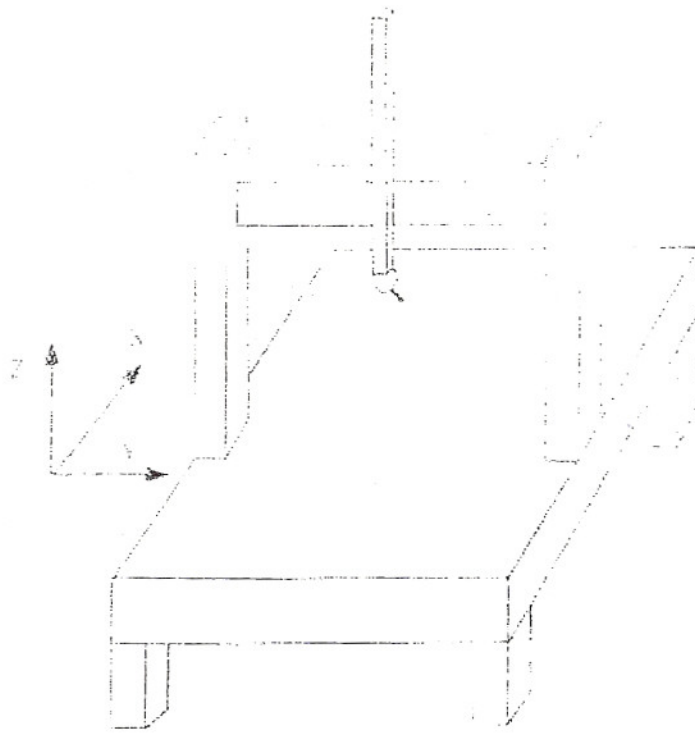
1. Giriş

Üç boyutlu KÖM'ler piyasada ve araştırma laboratuvarlarında sıkça karşılaşılan makinalardandır [Shen 1993, Shen 1997, Lee 1997]. Tasarımları CNC'ye benzemektedir. Şekil 1'de bir KÖM'ün şematik resmi görülmektedir. Olduğu şekli ile üç boyutlu halde bu makinanın denklemlerini yazmak hem çok yorucu ve hem de çok az yarar sağlayan bir işlemdir. Bu nedenle sistemin sadece önemli özelliklerini içeren basitleştirilmiş bir modelini elde etmek gerekmektedir.

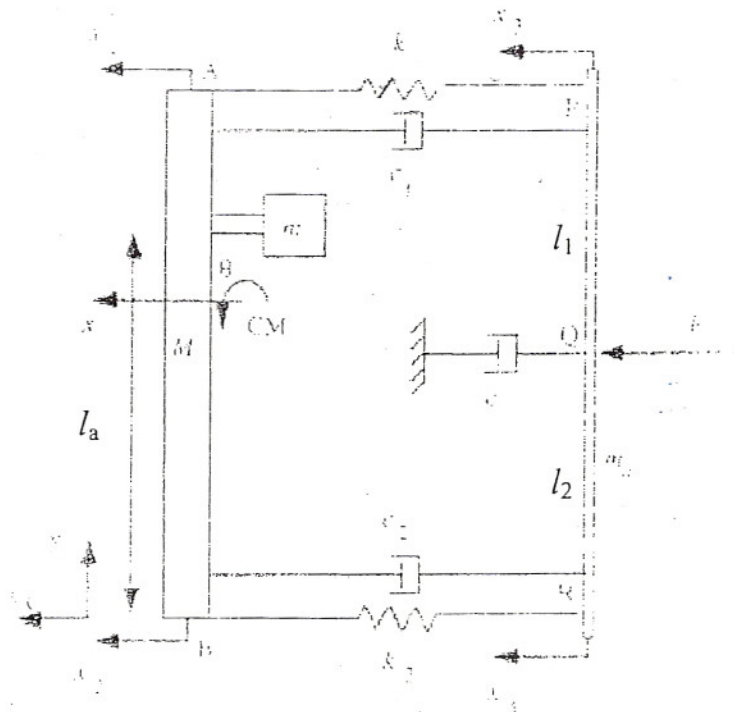
Bu bildiride Şekil 1'de verilen KÖM'ün elde edilmiş olan basitleştirilmiş bir modeli kullanılacak ve sisteme belirsizliklerin etkisindeyken kararlı bir denetleyici tasarlanacaktır. KÖM'ler için birçok denetim tasarımları yapılmasına rağmen [Katebi 1994, Limaiem 1998, Spitz 2000], bu bildiride literatürde bulunanlardan daha farklı bir yol izlenecektir. Bunun için doğrusallaştırılmış KÖM modeline tüm durum geri besleyicili uyarlanırlar denetleyici seçilmiştir [Slotine 1991]. İzleyen bölümlerde önce sistemin modeli verilecek ve daha sonra da denetleyici problemi adım adım gözönüne alınarak benzetimler ile denetleyicinin başarısı tartışılacaktır.

2. Koordinat Ölçme Makinasının Modeli

Şekil 1'de verilen şematik resim ve sistemin fiziksel yapısı incelendiğinde, yapılan kabuller ve basitleştirmelerle birlikte, sistem Şekil 2'de gösterilen iki boyutlu hale getirilebilir [Shen 1993, Shen 1997, Dejun 2001].



Şekil 1 Üç boyutlu bir koordinat ölçme makinasının şematik resmi.



Şekil 2 Koordinat ölçme makinasının iki boyutlu modeli.

Şekil 2’den görülebileceği gibi z -koordinatı tamamen atılmış ve x - y düzleminde M ve m kütleleriyle belirtilmiştir. m kütlelerinin l_a uzaklığı problemin parametrelerindendir ve bu kütle nedeniyle y doğrultusunda oluşan dinamik yoktur. Ancak, dikkat edilirse M ve m ’den oluşan birleşik sistemin hem âtaleti ve hem de kütle merkezi l_a ile değişmektedir. O halde l_a sistemin dinamiğine büyük katkı yapmaktadır.

k_1 ve k_2 yayları KÖM'ün kayışlarını belirtmektedirler. m kütlesi sabit M kütlesine bağlanmıştır ve ötelenmeye ve kütle merkezi çevresinde dönmeye serbesttir. Eyleyici Q 'ya uygulanan F kuvveti ile belirtilmiştir. A da ve B de doğrusal kodlayıcılar vardır. Ayrıca sistemin motorunda, bu model gösteriminde x_3 ölçümünü veren bir de dönel kodlayıcı vardır. Bu kodlayıcının aynı konumlu duyargası olmasına rağmen, A ve B 'deki doğrusal kodlayıcıların her ikisinde duyargası aynı konumda değildir. Modelin denklemlerinin yazılabilmesi için aşağıdaki kabuller yapılmıştır:

- Kütlenin kütle merkezi çevresindeki dönme açısı θ küçüktür ve bu nedenle $\sin \theta \approx \theta$ and $\cos \theta \approx 1$ alınabilir.
- Eyleyici yatay hareket etmekte ve dönmemektedir.

Bu bildiride k_1 ve k_2 yaylarının aynı olmaması durumu gözönüne alınmıştır. Bu sistemin serbestlik derecesi üç'tür ve genelleştirilmiş koordinatlar (durumlar) olarak x , θ , ve x_3 veya eşdeğer olarak x_1 , x_2 , x_3 alınabilir.

Şekil 2'deki sistemin hareket denklemleri Lagrange yöntemi (veya Newton kanunları) kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$(M + m)\ddot{x} + (c_1 + c_2)\dot{x} + (k_1 + k_2)x + (c_1l_1 - c_2l_2)\dot{\theta} + (k_1l_1 - k_2l_2)\theta = (c_1 + c_2)\dot{x}_3 + (k_1 + k_2)x_3 + \tau_1 \quad (1)$$

$$I_{CM}\ddot{\theta} + (c_1l_1^2 + c_2l_2^2)\dot{\theta} + (k_1l_1^2 + k_2l_2^2)\theta + (c_1l_1 - c_2l_2)\dot{x} + (k_1l_1 - k_2l_2)x = (c_1l_1 - c_2l_2)\dot{x}_3 + (k_1l_1 - k_2l_2)x_3 + \tau_2 \quad (2)$$

$$m_a\ddot{x}_3 = \tau_3 - (M + m)\ddot{x} - c\dot{x}_3 \quad (3)$$

Bu sistemin bilinmeyen parametereleri durumların ve türevlerinin katsayılarıdır. Bu durumda aşağıdaki parametreler tanımlanabilir:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= I_{CM} \\ a_2 &= c_1 + c_2 \\ a_3 &= c_1l_1 - c_2l_2 \\ a_4 &= c_1l_1^2 + c_2l_2^2 \\ a_5 &= c_1 + c_2 + c \\ a_6 &= k_1 + k_2 \\ a_7 &= k_1l_1 - k_2l_2 \\ a_8 &= k_1l_1^2 + k_2l_2^2 \\ a_9 &= M + m \\ a_{10} &= m_a \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Bu durumda (1), (2) ve (3) ile verilen sistem denklemleri aşağıdaki standart formda yazılabilir:

$$\text{Burada,} \quad \mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \boldsymbol{\tau} \quad (5)$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} M+m & 0 & 0 \\ 0 & I_{CM} & 0 \\ 0 & 0 & m_a \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_1 + c_2 & c_1 l_1 - c_2 l_2 & c_1 - c_2 \\ c_1 l_1 - c_2 l_2 & c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2 & -c_1 l_1 + c_2 l_2 \\ c_1 & c_2 & -c_1 l_1 + c_2 l_2 \\ c_1 + c_2 + c \end{pmatrix} \quad (6)$$

ve

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & k_1 l_1 - k_2 l_2 & -k_1 - k_2 \\ k_1 l_1 - k_2 l_2 & k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 & -k_1 l_1 + k_2 l_2 \\ -k_1 - k_2 & -k_1 l_1 + k_2 l_2 & k_1 + k_2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} \quad (7)$$

şeklindedir. q ise $q = [x \ \theta \ x_3]^T$ şeklinde yukarıda tanımlanmış olan konum vektörüdür.

Daha öncede belirtildiği gibi hedefimiz çok girişli durumda istenilen bir q_d yörüngesini takip edebilen kararlı bir denetleyici tasarlamaktır. Önümüzdeki bölümde bu denetleme problemi ele alınacaktır.

3. Denetleme Problemi

Bu bölümde, [Slotine 1991]'deki gibi (5) ile verilen sistemi mükemmel takip eden kararlı uyarlanırlı denetleyici tasarımı yapılacaktır. Bu yöntem birçok girişi olan CNC gibi makinalarda oldukça kullanışlıdır. Ancak KÖM'lerde bazen sadece tek giriş (Sadece F kuvveti) olabildiğinden bu tip sistemler için kayan uyarlanırlı kontrol yöntemi uygulanmalıdır. Ancak bu durum bu bildiride ele alınmayacaktır.

Şimdi yukarıda açıklanan yöntemi detaylı olarak inceleyelim.

3.1. Bozucu Büyüklüklerin Yokluğunda Tüm Durum Geri Besleme Denetimi

Takip etmek istediğimiz yörüngenin q_d olduğunu ve referans sinyalinin ise q_r olduğunu varsayalım. Bu durumda takip hatası $\tilde{q} = q - q_d$ ve λ pozitif bir sabit olmak üzere zamanla değişen bir $s=s(t)$ yüzeyi tanımlanacak olursa:

$$s - \ddot{\tilde{q}} + \lambda \dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}_r \quad (10)$$

yazılabilir. Burada $\dot{q}_r - q_d - \lambda \tilde{q}$ olarak alınmıştır. Bu durumda referans hız vektörü, $\dot{q}_r$, takip etmek istenilen yörüngenin hataya göre kaydırılmasıyla elde edilmektedir. O halde (10) denklemi bir kere türetilirse, $\dot{s} = \ddot{\tilde{q}} - \ddot{q}_r$ olacaktır. Şimdi bir V Lyapunov fonksiyonu seçelim:

$$V = \frac{1}{2} s^T \mathbf{H} s + \frac{1}{2} \tilde{a}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{a} \quad (11)$$

Bu denklemde $\tilde{a} = \hat{a} - a$ parametre hatasını, ve $\hat{a}$ gerçek a parametresinin yaklaşımını belirtmektedir. $\boldsymbol{\Gamma}$ ise simetrik ve tam pozitif bir matristir. Buna göre V 'nin türevini bulmak için şu işlemler yapılabilir:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= s^T \mathbf{H} \dot{s} + \dot{\hat{a}}^T \Gamma^{-1} \tilde{a} \\
&= s^T (\mathbf{H} \ddot{q} - \mathbf{H} \ddot{q}_r) + \dot{\hat{a}}^T \Gamma^{-1} \tilde{a} \\
&= s^T (\tau - \mathbf{H} \ddot{q}_r - \mathbf{C} \dot{q} - \mathbf{K} q) + \dot{\hat{a}}^T \Gamma^{-1} \tilde{a}
\end{aligned} \tag{12}$$

Bu durumda denetim kuralını

$$\tau = \hat{\mathbf{H}} \ddot{q}_r + \hat{\mathbf{C}} \dot{q} + \hat{\mathbf{K}} q - \mathbf{K}_d s \tag{13}$$

şeklinde seçebiliriz. Burada $\hat{\mathbf{H}}$, $\hat{\mathbf{C}}$, ve $\hat{\mathbf{K}}$ matrisleri, $\mathbf{H}$, $\mathbf{C}$ ve $\mathbf{K}$ matrislerinin yaklaşımlarını belirtmektedir. $\mathbf{K}_d$ ise tam pozitif bir matristir. (13) denkleminin yanısıra $\mathbf{Y}$ aşağıdaki gibi tanımlanacak olursa,

$$\mathbf{H} \ddot{q} + \mathbf{C} \dot{q} + \mathbf{K} q = \mathbf{Y} a \tag{14}$$

işlemler sonucunda Lyapunov fonksiyonunun türevi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\dot{V} = s^T (\mathbf{Y} \tilde{a} - \mathbf{K}_d s) + \dot{\hat{a}}^T \Gamma^{-1} \tilde{a} \tag{15}$$

Uyarılma kuralı

$$\dot{\hat{a}} = -\Gamma \mathbf{Y}^T s \tag{16}$$

olarak seçilir, (15)'de yerine konulur ve bir kez data türev alınır

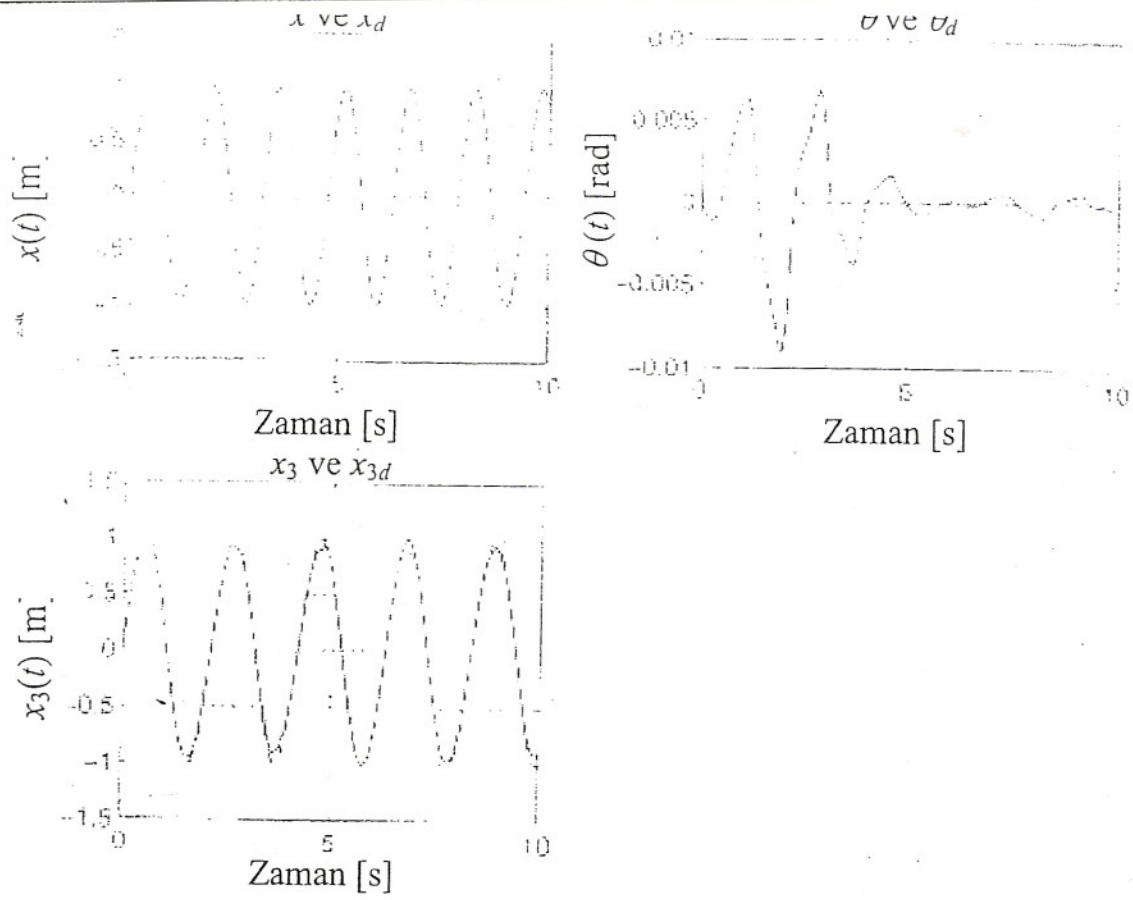
$$\ddot{V} = -2s^T \mathbf{K}_d \dot{s} \tag{17}$$

bulunur. Bu istenilen sonuçtur, çünkü s ve $\tilde{a}$ sınırlı olduğundan (17)'de sınırlıdır. Bu nedenle Barbalat kuralına göre $V \geq 0$, $\dot{V} \leq 0$ ve $\ddot{V}$ sınırlı olduğundan, $t \rightarrow \infty$ iken $\dot{V} \rightarrow 0$ sonucu ortaya çıkar. O halde $\mathbf{K}_d$ bir pozitif matris olduğundan $s \rightarrow 0$ ve dolayısıyla $\tilde{q} \rightarrow 0$ sonucu elde edilir. O halde (13) ve (16) denklemleri ile istenildiği gibi mükemmel işaret takibi elde edilmektedir.

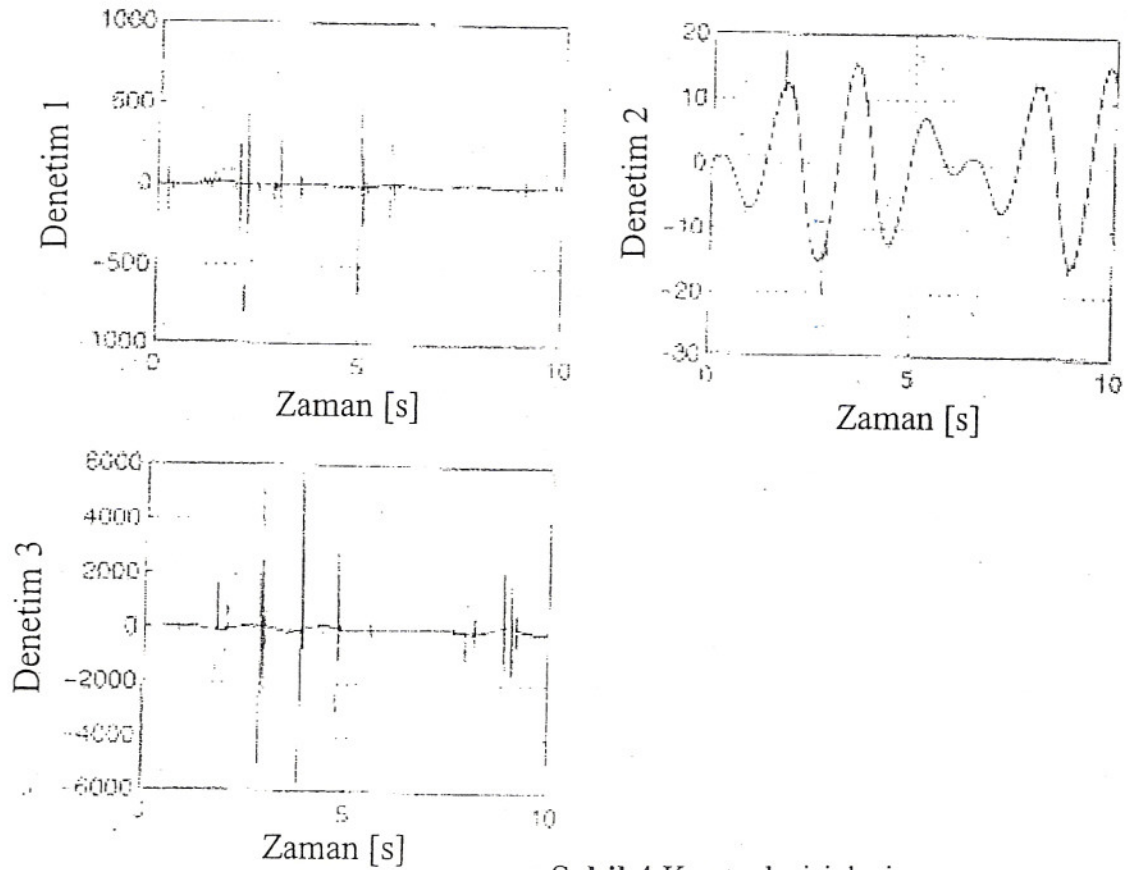
Tablo 1'de verilen sistem parameterleri ve $q_d = (\sin 4t \ 0 \ \sin 3t)^T$ istenilen yörüngesi için benzetim sonuçları Şekil 3 ve Şekil 4'de görülebilir. Bu şekillerden anlaşılacağı gibi mükemmel işaret takibi çok yüksek olmayan kontrol girişleri ile sağlanabilmektedir.

Tablo 1 Bazı sistem parametreleri.

l_1	0.75 m	c	50 Ns/m
l_2	0.75 m	c_1	50 Ns/m
l_a	1.0 m	c_2	45 Ns/m
M	200 kg	k_1	2000 N/m
m_a	100 kg	k_2	1500 N/m
m	50 kg		



Şekil 3 Durumların istenilen yörünge ile karşılaştırılması.



Şekil 4 Kontrol girişleri.

4. Sonuçlar

Bu bildiride bir koordinat ölçme makinasının modellemesi ve denetleyici tasarımı üzerinde durulmuştur. Denetim tasarımında bütün durumların geri besleme için ulaşılabilir olduğu kabülü

yapılmıştır. Bildiride bozucu büyüklükler yokken kayan denetimli bir yapı seçilmiş ve sonuçların teorideki uygunluğu benzetimde de görülmüştür. Araştırmanın sonraki adımlarında sistemde tek girişin bulunması, sisteme bozucu büyüklüklerinin etkisi ve durumların hepsine ulaşamaması olasılıkları ele alınacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] Dejun L., Rensheng C., Zifang L. ve Xiaochuan L. Research on the theory and the virtual prototype of 3-DOF parallel-link coordinate-measuring machine. *Proceedings of the 18th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC 2001*, cilt 2, sayfa 926-930, 2001.
- [2] Katebi M. R., Lee T. ve Grimbale M. J. Total control of fast coordinate measuring machines. *IEE Proceedings on Control Theory and Applications*, cilt 141, no 6, sayfa 373-384, Kasım 1994.
- [3] Lee G., Mou J. ve Shen Y. Sampling Strategy Design for Dimensional Measurement of Geometric Features using Coordinate Measuring Machines. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, cilt 37, no 3, sayfa 263-276, 1997.
- [4] Limaïem A. ve Elmaraghy H. A. Automatic path planning for coordinate measuring machines. *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, cilt 1, sayfa 887-892, 1998.
- [5] Prieto F., Redarce 'I., Boulanger P. ve Lepage R. Tolerance control with high resolution 3D measurements. *Proceedings of Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling*, sayfa 339-346, 2001.
- [6] Shen T. Z. ve Menq C.-H. Automatic camera calibration for a multiple sensor integrated coordinate measurement system. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, cilt 17, no 4, sayfa 502-507, Ağustos 2001.
- [7] Shen Y. ve Zhang X. Modeling of Pretravel for Touch Trigger Probes on Indexable Probe Heads on Coordinate Measuring Machines, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, cilt 13/4, sayfa 206-213, Nisan 1997.
- [8] Shen Y. Automated Dimensional Inspection Using Coordinate Measuring Machines. *Proceedings of the 1993 US/Taiwan Joint Automation and Productivity Workshop*, sayfa 10.1-10.12, Taipei, Taiwan, Temmuz 1993.
- [9] Shen Y. Computer-Integrated Dimensional Inspection Using Coordinate Measuring Machines. *Proceedings of International Conference on Technology Transfer and Comparative Management*, sayfa 73-77, Los Angeles, CA., Ağustos 1993.
- [10] Shen Y. ve Zhang X. Uncertainty Assessment in Measurement Results Using Coordinate Measurement Systems. *Proceedings of 1995 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, San Francisco, CA, Kasım 1995.
- [11] Slotine J.-J. ve Li W. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1991.
- [12] Spitz S. N. ve Requicha A. A. G. Multiple-goals path planning for coordinate measuring machines. *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA '00*, cilt 3, sayfa 2322-2327, 2000.
- [13] Spitz S. N., Spyridi A. J. ve Requicha A. A. G. Accessibility analysis for planning of dimensional inspection with coordinate measuring machines. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, cilt 15, no 4, sayfa 714-727, Ağustos 1999.
- [14] Zhuang H. ve Wang Y. A coordinate measuring machine with parallel mechanisms. *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, cilt 4, sayfa 3256-3261, 1997.